

1. Se notează cu x_1, x_2 rădăcinile ecuației

$$x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0, m \in \mathbb{R}.$$

- (10 p) a) Rezolvați ecuația în cazul în care $m = 2$;
(10 p) b) Determinați m pentru care $3x_1 = x_2$;
(10 p) c) Găsiți o ecuație de grad doi care are rădăcinile $y_1 = 1 - x_1, y_2 = 1 - x_2$,
în cazul în care $m = 4$;
(10 p) d) Găsiți o relație independentă de m între rădăcinile ecuației date ;
(5 p) e) Arătați că $\forall m \in \mathbb{R}$, ecuația dată are o rădăcină întreagă ;

2.

- (10 p) a) Dați exemplu de ecuație de gradul al doilea care are o rădăcină egală cu
 $1 - \sqrt{2}$;
(5 p) b) Demonstrați că : $(1 - \sqrt{2})^n + (1 + \sqrt{2})^n \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}$.

3.

- (10 p) Rezolvați ecuația : $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0$.

4.

- (10 p) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care
 $\{x \in \mathbb{R} / x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} / x^2 - (3m-1)x + 2m = 0\}$
are cel puțin 3 elemente .

5.

- (10 p) Fie $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ astfel încât $ac = bd$ și $a, c \geq 4$.
Se consideră ecuațiile : $x^2 - ax + b = 0$ și $x^2 - cx + d = 0$.
a) Arătați că dacă ecuația dată are o rădăcină irațională, atunci $a = b = c = d$;
b) Arătați că cel puțin una din ecuațiile date are soluții reale .

1. Se notează cu x_1, x_2 rădăcinile ecuației

$$x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0, m \in \mathbb{R}.$$

- (10 p) a) Rezolvați ecuația în cazul în care $m = 4$;
- (10 p) b) Determinați m pentru care $5x_1 = x_2$;
- (10 p) c) Găsiți o ecuație de grad doi care are rădăcinile $y_1 = 2 + x_1, y_2 = 2 + x_2$,
în cazul în care $m = 3$;
- (10 p) d) Găsiți o relație independentă de m între rădăcinile ecuației date ;
- (5 p) e) Arătați că $\forall m \in \mathbb{R}$, ecuația dată are o rădăcină întreagă ;

2.

- (10 p) a) Dați exemplu de ecuație de gradul al doilea care are o rădăcină egală cu
 $3 - \sqrt{8}$;
- (5 p) b) Demonstrați că : $(3 - \sqrt{8})^n + (3 + \sqrt{8})^n \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}$.

3.

- (10 p) Rezolvați ecuația : $(x^2 + 2x)^2 - 11x^2 - 22x + 24 = 0$.

4.

- (10 p) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care
 $\{ x \in \mathbb{R} / x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0 \} \cup \{ x \in \mathbb{R} / x^2 - (3m-1)x + 2m = 0 \}$
are cel puțin 3 elemente .

5.

- (10 p) Fie $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ astfel încât $ac = bd$ și $a, c \geq 4$.
Se consideră ecuațiile : $x^2 - ax + b = 0$ și $x^2 - cx + d = 0$.
- a) Arătați că dacă ecuația dată are o rădăcină irațională , atunci $a = b = c = d$;
- b) Arătați că cel puțin una din ecuațiile date are soluții reale .